

Análisis de circuitos

Ingeniería Técnica de Telecomunicación (primer curso)

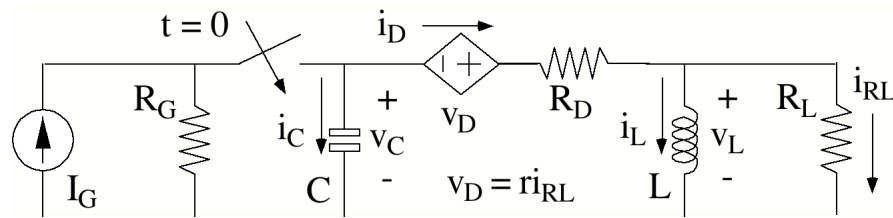
**Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Telecomunicación
(Universidad de Vigo)**

Examen de junio de 2009 (soluciones)

Preparado por:
Enrique Sánchez

Dpto. Teoría de la Señal y Comunicaciones
Universidad de Vigo

Problema 1 (2 puntos)



El circuito de la figura, en el que la fuente independiente es continua, no experimenta más alteraciones después del cambio de posición del interruptor.

Apartado A (1.2 puntos). Obtened los valores de v_C , i_C , v_L e i_L para $t = 0^-$, $t = 0^+$ y $t = \infty$.

Apartado B (0.8 puntos). Utilizando los valores $I_G = 2$ A, $L = 1$ H, $C = 1$ F, $R_G = \infty$, $R_D = R_L = 1$, $r = 1$, formulad la ecuación diferencial que rige el comportamiento de i_L para $t \geq 0$. Hallad el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia angular de resonancia del circuito. ¿Qué tipo de respuesta presenta el circuito?

Apartado A.

Para $t = 0^-$ se tiene

$$v_C(0^-) = 0 \text{ V}, i_C(0^-) = 0 \text{ A}, v_L(0^-) = 0 \text{ V}, i_L(0^-) = 0 \text{ A}$$

ya que tanto la inductancia como la capacidad están desconectadas de la excitación.

Para $t = 0^+$, dada la continuidad de las magnitudes fundamentales de la inductancia y la capacidad, se tiene

$$v_C(0^+) = v_C(0^-) = 0 \text{ V}, i_L(0^+) = i_L(0^-) = 0 \text{ A}$$

Además,

$$I_G = \frac{v_C(0^+)}{R_G} + i_C(0^+) + i_D(0^+) = i_C(0^+) + i_D(0^+) \quad (1)$$

$$i_D(0^+) = i_L(0^+) + i_{RL}(0^+) = i_L(0^+) + \frac{v_L(0^+)}{R_L} = \frac{v_L(0^+)}{R_L} \quad (2)$$

Combinando (1-2) se obtiene

$$I_G = i_C(0^+) + \frac{v_L(0^+)}{R_L} \quad (3)$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} 0 = v_C(0^+) &= -v_D(0^+) + i_D(0^+)R_D + v_L(0^+) = -r i_{RL}(0^+) + i_D(0^+)R_D + v_L(0^+) = \\ &= -r \frac{v_L(0^+)}{R_L} + \left[i_L(0^+) + \frac{v_L(0^+)}{R_L} \right] R_D + v_L(0^+) \quad \square \quad v_L(0^+) = 0 \text{ V} \end{aligned} \quad (4)$$

Sustituyendo (4) en (3) se obtiene

$$I_G = i_C(0^+) + \frac{v_L(0^+)}{R_L} \quad \square \quad i_C(0^+) = I_G \quad (5)$$

Para $t = \infty$ la inductancia es un cortocircuito y la capacidad es un circuito abierto, con lo que

$$i_C(\infty) = 0 \text{ A}, v_L(\infty) = 0 \text{ V}$$

Además,

$$\begin{aligned} i_D(\infty) &= i_L(\infty) + i_{RL}(\infty) = i_L(\infty) + \frac{v_L(\infty)}{R_L} = i_L(\infty) \\ I_G &= \frac{v_C(\infty)}{R_G} + i_C(\infty) + i_D(\infty) = \frac{v_C(\infty)}{R_G} + i_L(\infty) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} v_C(\infty) &= -v_D(\infty) + i_D(\infty)R_D + v_L(\infty) = -r i_{RL}(\infty) + i_D(\infty)R_D + v_L(\infty) = \\ &= -r \frac{v_L(\infty)}{R_L} + i_L(\infty)R_D + v_L(\infty) = i_L(\infty)R_D \end{aligned} \quad (7)$$

Combinando (6-7) se obtiene

$$v_C(\infty) = \frac{R_G R_D}{R_G + R_D} I_G, i_L(\infty) = \frac{R_G}{R_G + R_D} I_G$$

Apartado B.

$$i_D(t) = i_L(t) + i_{RL}(t) = i_L(t) + \frac{v_L(t)}{R_L} = i_L(t) + \frac{L}{R_L} \frac{di_L(t)}{dt}$$

$$I_G = \frac{v_C(t)}{R_G} + i_C(t) + i_D(t) = \{R_G = \infty\} = i_C(t) + i_D(t) = C \frac{dv_C(t)}{dt} + i_L(t) + \frac{L}{R_L} \frac{di_L(t)}{dt} \quad (8)$$

$$v_C(t) = -r i_{RL}(t) + i_D(t) R_D + v_L(t) =$$

$$= i_L(t) R_D + v_L(t) \left(-\frac{r}{R_L} + \frac{R_D}{R_L} + 1 \right) = i_L(t) R_D + L \left(-\frac{r}{R_L} + \frac{R_D}{R_L} + 1 \right) \frac{di_L(t)}{dt} \quad (9)$$

Sustituyendo (9) en (8) y utilizando los datos del enunciado se obtiene

$$LC \left(-\frac{r}{R_L} + \frac{R_D}{R_L} + 1 \right) \frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + \left(R_D C + \frac{L}{R_L} \right) \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) = I_G \quad (10)$$

$$\frac{d^2 i_L(t)}{dt^2} + 2 \frac{di_L(t)}{dt} + i_L(t) = 2$$

Suponiendo que la respuesta del circuito es única, puede hablarse de una ecuación característica representativa del mismo. Dicha ecuación es

$$as^2 + bs + c = 0; a = 1, b = 2, c = 1$$

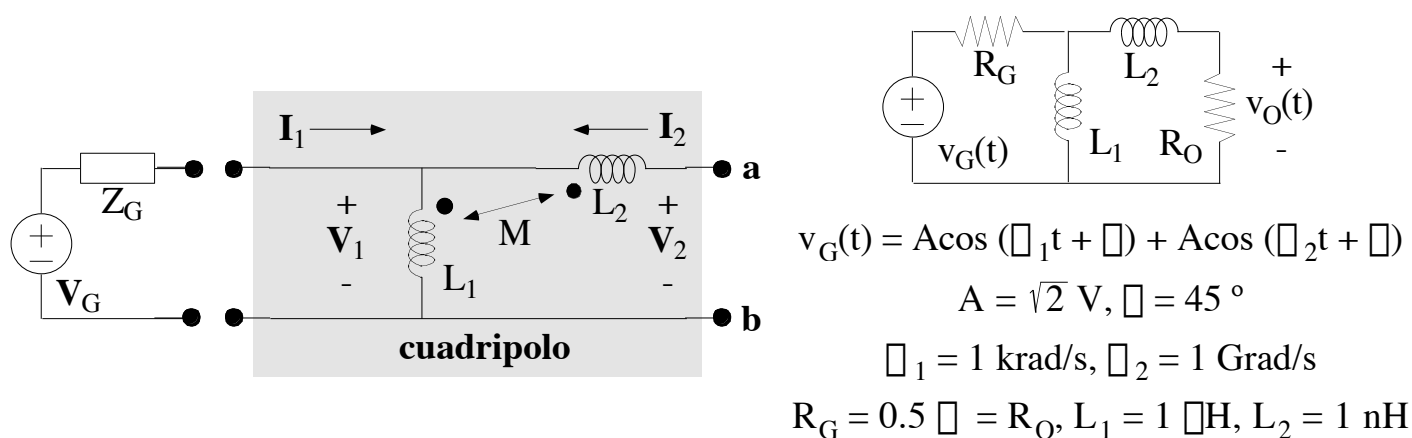
con lo que el coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia angular de resonancia son, respectivamente,

$$\zeta = \frac{b}{2a} = 1 \text{ s}^{-1}, \omega_0 = \sqrt{\frac{c}{a}} = 1 \text{ s}^{-1}$$

En consecuencia,

$$\zeta^2 = \zeta_0^2 \quad \text{respuesta crítica}$$

Problema 2 (2 puntos)



Apartado A (0.25 puntos). El cuadripolo de la izquierda, en cuya representación se ha utilizado notación fasorial, funciona en régimen sinusoidal permanente a una frecuencia angular ω . Hallad sus parámetros z (expresiones algebraicas).

Apartado B (0.25 puntos). Obtened la ganancia de tensión (V_2 / V_G) del circuito completo de la izquierda. Suponed que los parámetros z del cuadripolo son conocidos.

Apartado C (0.75 puntos). Utilizando los valores $V_G = -j \text{ V}$, $Z_G = 1 - j2$, $\omega L_1 = 2$, $\omega L_2 = 2$ y $\omega M = 1$, obtened el circuito equivalente de Thèvenin entre los terminales **a** y **b** del circuito de la izquierda.

Apartado D (0.75 puntos). Calculad $v_O(t)$ en el circuito de la derecha. Se recomienda utilizar aproximaciones matemáticas razonables.

Apartado A.

En el cuadripolo se cumplen las relaciones

$$V_1 = I_1 j\omega L_1 + I_2 j\omega (L_1 - M) \quad (1)$$

$$V_2 = I_1 j\omega (L_1 - M) + I_2 j\omega (L_1 + L_2 - 2M) \quad (2)$$

Los parámetros z están definidos por las relaciones

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_1 z_{11} + \mathbf{I}_2 z_{12} \quad (3)$$

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_1 z_{21} + \mathbf{I}_2 z_{22} \quad (4)$$

Igualando término a término (1-2) y (3-4) se obtiene

$$z_{11} = j\omega L_1, z_{12} = j\omega(L_1 - M) = z_{21}, z_{22} = j\omega(L_1 + L_2 - 2M)$$

Apartado B.

A partir de (3-4) y teniendo en cuenta que los terminales **a-b** están en circuito abierto ($\mathbf{I}_2 = 0$ A) se obtiene

$$\mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_1 z_{21} \Rightarrow \mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_2}{z_{21}}$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_1 z_{11} = \frac{z_{11}}{z_{21}} \mathbf{V}_2$$

$$\mathbf{V}_G = \mathbf{I}_1 Z_G + \mathbf{V}_1 = \frac{Z_G}{z_{21}} \mathbf{V}_2 + \frac{z_{11}}{z_{21}} \mathbf{V}_2 \Rightarrow \frac{\mathbf{V}_2}{\mathbf{V}_G} = \frac{z_{21}}{Z_G + z_{11}}$$

Apartado C.

A partir de los resultados de los dos apartados anteriores se obtiene

$$\mathbf{V}_{Th} = \mathbf{V}_2 = \frac{z_{21} \mathbf{V}_G}{Z_G + z_{11}} = 1 \text{ V}$$

Con los terminales **a** y **b** en cortocircuito la tensión entre ellos es nula ($\mathbf{V}_2 = 0$ V), con lo que

$$0 = \mathbf{I}_1 z_{21} + \mathbf{I}_2 z_{22} \Rightarrow \mathbf{I}_1 = -\frac{z_{22} \mathbf{I}_2}{z_{21}}$$

$$\mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_1 z_{11} + \mathbf{I}_2 z_{12} = \mathbf{I}_2 \left(z_{12} - \frac{z_{11} z_{22}}{z_{21}} \right)$$

$$\mathbf{V}_G = \mathbf{I}_1 Z_G + \mathbf{V}_1 = \mathbf{I}_2 \left[z_{12} - \frac{(Z_G + z_{11})z_{22}}{z_{21}} \right]$$

$$\mathbf{I}_N = -\mathbf{I}_2 = -\frac{z_{21}\mathbf{V}_G}{z_{12}z_{21} - (Z_G + z_{11})z_{22}} = \frac{1}{1 + j2} \text{ A}$$

$$Z_{Th} = \frac{\mathbf{V}_{Th}}{\mathbf{I}_N} = 1 + j2 \, \Omega$$

Apartado D.

Dado que la excitación tiene dos componentes hay que aplicar el principio de superposición. Ambas componentes son sinusoidales y por ello se utilizan notación fasorial y el concepto de impedancia.

COMPONENTE ω_1

$$\mathbf{V}_{G1} = A e^{j\omega_1 t} = A [\cos(\omega_1 t) + j \sin(\omega_1 t)] = 1 + j \text{ V}$$

$$\omega_1 L_1 = 10^{-3} \, \Omega, \quad \omega_1 L_2 = 10^{-6} \, \Omega$$

La impedancia debida a L_1 es mucho más pequeña que las que presentan las dos resistencias. En consecuencia, puede suponerse que se comporta aproximadamente como un cortocircuito, con lo que toda la corriente entregada por el generador se desvía por ella, no llegando nada a R_O . Por tanto,

$$v_{O1}(t) = 0 \text{ V}$$

COMPONENTE ω_2

$$\mathbf{V}_{G2} = A e^{j\omega_2 t} = A [\cos(\omega_2 t) + j \sin(\omega_2 t)] = 1 + j \text{ V}$$

$$\omega_2 L_1 = 10^3 \, \Omega, \quad \omega_2 L_2 = 1 \, \Omega$$

La impedancia debida a L_1 es mucho más grande que las que presentan las dos resistencias. En consecuencia, puede suponerse que se comporta aproximadamente como un circuito abierto, con lo que toda la corriente entregada por el generador se desvía por L_2 y llega a R_O . Por tanto,

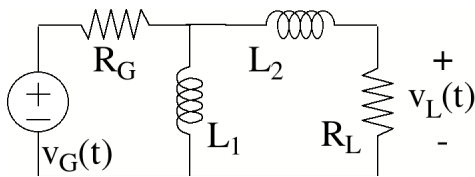
$$\mathbf{V}_{O2} = \frac{R_O \mathbf{V}_{G2}}{R_G + j\omega_2 L_2 + R_O} = 0.5 \text{ V} \quad |\mathbf{V}_{O2}| = 0.5 \text{ V}, \quad \varphi_2 = \arctg \left(\frac{\text{Im}\{\mathbf{V}_{O2}\}}{\text{Re}\{\mathbf{V}_{O2}\}} \right) = 0^\circ$$

$$v_{O2}(t) = \text{Re}\{\mathbf{V}_{O2} e^{j\omega_2 t}\} = |\mathbf{V}_{O2}| \cos(\omega_2 t + \varphi_2) = 0.5 \cos(\omega_2 t) \text{ V}$$

En consecuencia,

$$v_O(t) = v_{O1}(t) + v_{O2}(t) \approx v_{O2}(t)$$

Problema 3 (2 puntos)



$$R_G = 0.5 \quad = R_L$$

$$L_1 = 1 \mu\text{H}, L_2 = 1 \text{ nH}$$

$$\mathcal{L}\{h(t)\} = H(s) = \frac{V_L(s)}{V_G(s)} = \frac{\mathcal{L}\{v_L(t)\}}{\mathcal{L}\{v_G(t)\}}$$

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 2 \cdot 10^3 s + 2 \cdot 10^6}$$

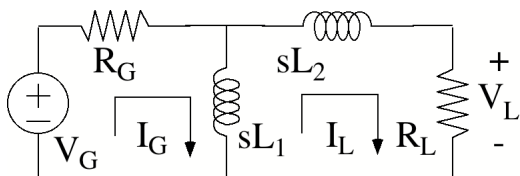
Apartado A (0.5 puntos). Utilizando los datos indicados a la derecha de la figura y recurriendo a aproximaciones matemáticas razonables, obtened la transformada de Laplace, $H(s)$, de la función de transferencia del circuito.

Apartado B (0.5 puntos). Obtened la transformada inversa de Laplace de la función de transferencia indicada a la derecha de la figura.

Apartado C (0.5 puntos). Obtened la expresión temporal de la tensión de salida en régimen permanente de un circuito con la función de transferencia indicada a la derecha de la figura y siendo la tensión de entrada $v_G(t) = A \cos(\omega t + \phi)$, con $A = 2 \text{ V}$, $\omega = 1 \text{ krad/s}$ y $\phi = 0^\circ$.

Apartado D (0.5 puntos). Calculad el valor al que tiende el módulo de la función de transferencia indicada a la derecha de la figura cuando el circuito correspondiente opera en régimen sinusoidal permanente a una frecuencia de $2^{0.5} \text{ krad/s}$.

Apartado A.



En el dominio s el circuito queda como se muestra en la figura adjunta.

En el circuito se verifican las relaciones que se indican seguidamente.

$$V_G = I_G(R_G + sL_1) - I_L sL_1$$

$$0 = -I_G sL_1 + I_L(sL_1 + sL_2 + R_L)$$

$$V_L = I_L R_L$$

A partir de estas ecuaciones puede obtenerse

$$\frac{V_L}{V_G} = \frac{sR_L/L_2}{s^2 + s\left(\frac{R_G + R_L}{L_2} + \frac{R_G}{L_1}\right) + \frac{R_G R_L}{L_1 L_2}}$$

Utilizando los datos del problema en la última ecuación se llega a

$$\frac{V_L}{V_G} = \frac{0.5 \times 10^9 s}{s^2 + s(10^9 + 0.5 \times 10^6) + 0.25 \times 10^{15}}$$

Dado que $0.5 \times 10^6 \ll 10^9$, la última expresión puede aproximarse por

$$\frac{V_L}{V_G} = \frac{0.5 \times 10^9 s}{s^2 + 10^9 s + 0.25 \times 10^{15}}$$

Apartado B.

La transformada de Laplace de la función de transferencia puede escribirse como

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 2 \times 10^3 s + 2 \times 10^6} = \frac{N(s)}{D(s)}$$

Las raíces del denominador se calculan como se indica a continuación.

$$s^2 + 2 \times 10^3 s + 2 \times 10^6 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = \frac{-2 \times 10^3 \pm \sqrt{4 \times 10^6 - 8 \times 10^6}}{2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow s_1 = -10^3 + j10^3 \text{ s}^{-1}, s_2 = -10^3 - j10^3 \text{ s}^{-1} \Rightarrow \sigma = -10^3 \text{ s}^{-1}, \omega = 10^3 \text{ s}^{-1}$$

De esta forma, la transformada de Laplace de la función de transferencia puede expresarse como

$$H(s) = \frac{N(s)}{(s - s_1)(s - s_2)} = \frac{K}{s - \sigma - j\omega} + \frac{K^*}{s - \sigma + j\omega}$$

donde

$$K = \{(s - s_1) H(s)\}_{s=s_1} = 0.5 + j0.5 \text{ s}^{-1}$$

$$|K| = \sqrt{0.5^2 + 0.5^2} = \sqrt{0.5} \text{ s}^{-1}, \varphi = \arctg\left(\frac{0.5}{0.5}\right) = 45^\circ$$

Por consiguiente,

$$h(t) = \mathcal{L}^{-1}\{H(s)\} = 2|K| e^{-t} \cos(\omega t + \varphi) = 2\sqrt{0.5} e^{-10^3 t} \cos(10^3 t + 45^\circ)$$

Apartado C.

$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 2 \cdot 10^3 s + 2 \cdot 10^6} \quad H(j\omega) = \{H(s)\}_{s=j\omega} = \frac{j\omega}{(2 \cdot 10^6 - \omega^2) + j2 \cdot 10^3 \omega}$$

$$|H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{4 \cdot 10^{12} + \omega^4}}, \quad \varphi(j\omega) = 90^\circ - \arctg\left(\frac{2 \cdot 10^3 \omega}{2 \cdot 10^6 - \omega^2}\right)$$

$$|H(j\omega)|_{\omega=1 \text{ krad/s}} = \frac{10^{-3}}{\sqrt{5}}, \quad \varphi(j\omega)|_{\omega=1 \text{ krad/s}} = 90^\circ - \arctg(2)$$

$$v_G(t) = A \cos(\omega t + \varphi)$$

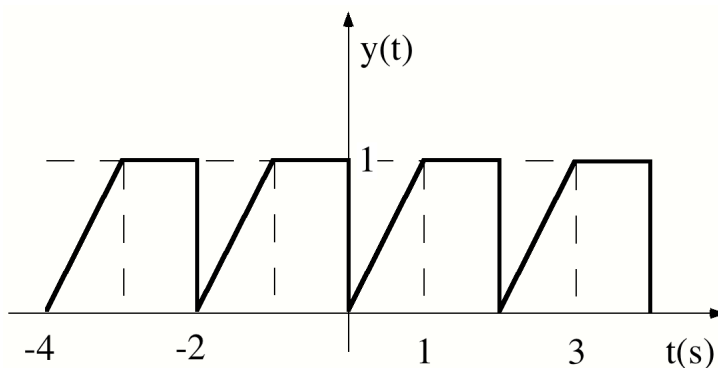
$$v_L(t) = A|H(j\omega)| \cos[\omega t + \varphi + \varphi(j\omega)] = \frac{2 \cdot 10^{-3}}{\sqrt{5}} \cos[\omega t + 90^\circ - \arctg(2)] \text{ V}$$

Apartado D.

Se trata de la situación indicada en el apartado anterior, con lo que

$$|H(j\omega)|_{\omega=\sqrt{2} \text{ krad/s}} = 0.5 \cdot 10^{-3}$$

Problema 4 (2 puntos)



$$H(s) = \frac{s}{s^2 + 2 \times 10^3 s + 2 \times 10^6}$$

Apartado A (0.75 puntos). Obtened el desarrollo en serie de Fourier (formulación trigonométrica) del tren periódico de pulsos representado en la parte izquierda.

Apartado B (0.5 puntos). Obtened el módulo y la fase de la transformada de Fourier de la función constituida únicamente por el primer pulso positivo del tren de pulsos.

Apartado C (0.75 puntos). Dado un filtro caracterizado por la función de transferencia indicada a la derecha de la figura, obtened los valores a los que tienden el módulo y la fase de dicha función cuando la frecuencia tiende a 0 y a ∞ rad/s. ¿De qué tipo es el filtro?

Apartado A.

De la observación de la figura se desprende que el periodo de la señal es $T = 2$ s y que la expresión matemática de la misma es (considerando el primer pulso positivo)

$$y(t) = t, \text{ para } 0 \leq t \leq 1 \text{ s}$$

$$y(t) = 1, \text{ para } 1 \leq t \leq 2 \text{ s}$$

Aplicando las expresiones que permiten calcular los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier se tiene

$$a_v = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^{T/2} t dt + \frac{1}{T} \int_{T/2}^T dt = \frac{1}{T} \left[\frac{t^2}{2} \right]_0^{T/2} + \frac{1}{T} [t]_{T/2}^T = \frac{T}{8} + \frac{1}{T}$$

Aplicando los datos del problema se llega a

$$a_v = 0.75$$

$$\begin{aligned} a_k &= \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} t \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) dt + \frac{2}{T} \int_{T/2}^T \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) dt = \\ &= \left(\int x \cos(ax) dx = \frac{\cos(ax)}{a^2} + \frac{x \sin(ax)}{a} \right) = \\ &= \frac{2}{T} \left[\frac{\cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right)}{\left(\frac{2k\pi}{T}\right)^2} + \frac{t \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right)}{\frac{2k\pi}{T}} \right]_0^{T/2} + \frac{2}{T} \left(\frac{T}{2k\pi} \right) \left[\sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) \right]_{T/2}^T = \frac{T}{2} \left[\frac{\cos(k\pi) - 1}{(k\pi)^2} \right] \end{aligned}$$

Aplicando los datos del problema se llega a

$$a_k = \frac{1}{(k\pi)^2} [\cos(k\pi) - 1]$$

$$\begin{aligned} b_k &= \frac{2}{T} \int_0^T y(t) \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) dt = \frac{2}{T} \int_0^{T/2} t \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) dt + \frac{2}{T} \int_{T/2}^T \sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) dt = \\ &= \left(\int x \sin(ax) dx = \frac{\sin(ax)}{a^2} - \frac{x \cos(ax)}{a} \right) = \end{aligned}$$

$$= \frac{2}{T} \left[\frac{\sin\left(\frac{2k\pi t}{T}\right)}{\left(\frac{2k\pi}{T}\right)^2} - \frac{t \cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right)}{\frac{2k\pi}{T}} \right]_{0}^{T/2} - \frac{2}{T} \left(\frac{T}{2k\pi} \right) \left[\cos\left(\frac{2k\pi t}{T}\right) \right]_{T/2}^T = \frac{\left(1 - \frac{T}{2}\right) \cos(k\pi)}{k\pi} - \frac{\cos(2k\pi)}{k\pi}$$

Aplicando los datos del problema se tiene

$$b_k = -\frac{1}{k\pi}$$

En consecuencia, la serie queda como

$$y(t) = a_v + \sum_{k=1} A_k \cos\left(\frac{2k\pi t}{T} - \phi_k\right)$$

siendo

$$A_k = \sqrt{a_k^2 + b_k^2}, \phi_k = \arctg(b_k/a_k)$$

Apartado B.

La transformada de Fourier se calcula como se indica a continuación.

$$Y(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)e^{-j\omega t} dt = A(\omega) - jB(\omega) = |Y(\omega)|e^{-j\phi(\omega)}$$

$$A(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t)\cos(\omega t) dt = \int_0^1 t \cos(\omega t) dt + \int_1^2 \cos(\omega t) dt =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{teniendo en cuenta que} \\ \int_{-\infty}^{\infty} x \cos(ax) dx = \frac{\cos(ax)}{a^2} + \frac{x \sin(ax)}{a} \end{array} \right\} =$$

$$= \left[\frac{\cos(\omega t)}{\omega^2} + \frac{t \sin(\omega t)}{\omega} \right]_0^1 + \left[\frac{\sin(\omega t)}{\omega} \right]_1^2 = \frac{\cos(\omega) + \omega \sin(2\omega) - 1}{\omega^2}$$

$$B(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \sin(\omega t) dt = \int_0^1 t \sin(\omega t) dt + \int_1^2 \sin(\omega t) dt =$$

$$= \left\{ \begin{array}{l} \text{teniendo en cuenta que} \\ \int x \sin(ax) dx = \frac{\sin(ax)}{a^2} - \frac{x \cos(ax)}{a} \end{array} \right\} =$$

$$= \left[\frac{\sin(\omega t)}{\omega^2} - \frac{t \cos(\omega t)}{\omega} \right]_0^1 - \left[\frac{\cos(\omega t)}{\omega} \right]_1^2 = \frac{\sin(\omega) - \omega \cos(2\omega)}{\omega^2}$$

En consecuencia,

$$|Y(\omega)| = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad \varphi(\omega) = \arctg\left(\frac{B}{A}\right)$$

Apartado C.

$$H(j\omega) = \{H(s)\}_{s=j\omega} = \frac{j\omega}{(2 \times 10^6 - \omega^2) + j2 \times 10^3 \omega}$$

$$\quad |H(j\omega)| = \frac{\omega}{\sqrt{4 \times 10^{12} + \omega^4}}, \quad \varphi(\omega) = 90^\circ - \arctg\left(\frac{2 \times 10^3 \omega}{2 \times 10^6 - \omega^2}\right)$$

Utilizando estos resultados se llega a

$$\omega \ll 0 \text{ rad/s} \Rightarrow |H(\omega)| \approx 0, \quad \varphi(\omega) \approx 90^\circ$$

$$\omega \gg \text{ rad/s} \Rightarrow |H(\omega)| \approx 0, \quad \varphi(\omega) \approx -90^\circ$$

Además, para un valor de ω comprendido entre 0 e ∞ rad/s el módulo de la función de transferencia es positivo. Por ejemplo,

$$\omega = \sqrt{2} \cdot 10^3 \text{ rad/s} \Rightarrow |H(j\omega)| = 0.5 \cdot 10^{-3}$$

En consecuencia, puede concluirse que se trata de un filtro paso banda.