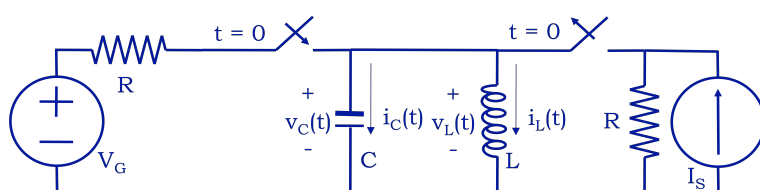


Alumno/a		DNI	
Grupo		Fecha	

1	2	3	4	5	6	7	Total

PROBLEMA 1



En el circuito adjunto las fuentes son continuas. Después del cambio de posición de los interruptores en $t=0$ s, ya no sufre más alteraciones.

$$V_G = 2 \text{ V}, I_S = 1 \text{ A}$$

$$R = 0.4 \, \Omega, L = 1 \text{ H}, C = 1 \text{ F}$$

Apartado a (1.2 ptos). Obtened los valores de v_C , i_C , v_L e i_L para $t=0^-$ s, $t=0^+$ s y $t=\infty$ s.

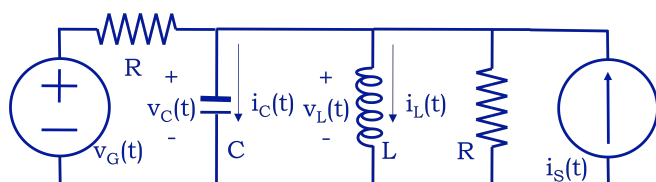
Apartado b (0.8 ptos). Para $t \geq 0$ s la expresión temporal de $i_L(t)$ es de la forma

$$i_L(t) = \frac{V_G}{R} + Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$$

Obtened la expresión temporal de $v_C(t)$ para $t \geq 0$ s en función de A , B , s_1 , s_2 y los elementos del circuito.

PROBLEMA 2 (1.5 ptos).

Obtened las expresiones temporales de $v_C(t)$ e $i_L(t)$.

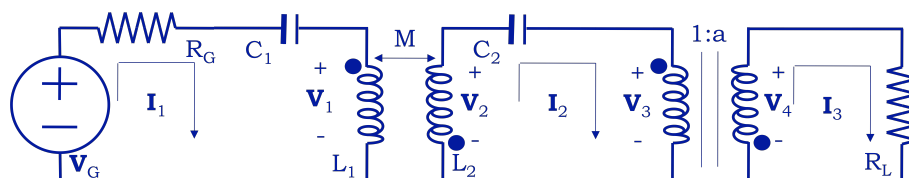


$$i_S(t) = 2 \text{ A}, v_G(t) = V_A \cos(\omega t + \varphi)$$

$$V_A = 1 \text{ V}, \omega = 100 \text{ krad/s}, \varphi = 45^\circ$$

$$R = 1 \, \Omega, L = 10 \, \mu\text{H}, C = 10 \, \mu\text{F}$$

PROBLEMA 3

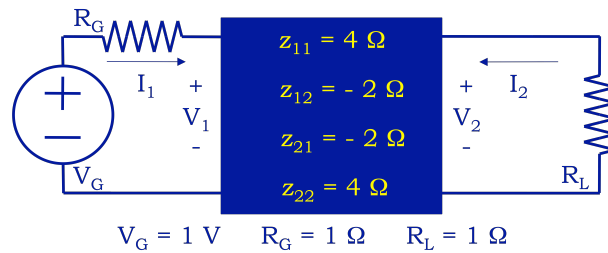


El circuito de la figura, en cuya representación se ha utilizado notación fasorial, funciona en régimen sinusoidal permanente a una frecuencia angular ω . Se suponen conocidas las características de todos los elementos activos y pasivos del circuito.

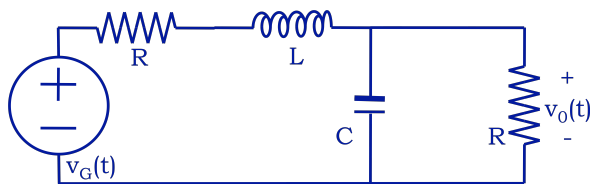
Apartado a (1 pto). Escribid tres ecuaciones a partir de las cuales sea posible obtener los valores de las corrientes de malla (no es necesario calcular estos valores).

Apartado b (0.5 ptos). Calculad la tensión en bornas de R_L cuando esta resistencia se sustituye por un circuito abierto.

PROBLEMA 4 (1 pto). El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo. En las condiciones indicadas, obtened la ganancia de tensión (V_2/V_G).



PROBLEMA 5 (1 pto).



En el circuito de la figura $V_G(s)$ y $V_0(s)$ son, respectivamente, las transformadas de Laplace de $v_G(t)$ y $v_0(t)$.

$$R = 1 \, \Omega, L = 0.5 \, \mu\text{H}, C = 0.5 \, \mu\text{F}$$

Obtened la función de transferencia del circuito, definida como $H(s) = V_0(s)/V_G(s)$.

PROBLEMA 6. Se tiene la situación indicada en la figura adjunta.



$$V_G(s) = \mathcal{L}\{v_G(t)\} \quad V_0(s) = \mathcal{L}\{v_0(t)\}$$

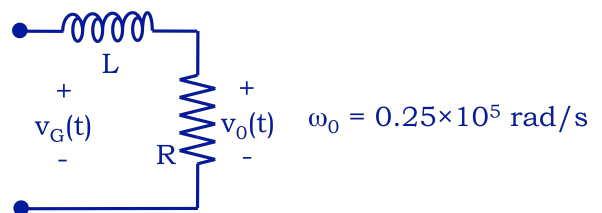
$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_G(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

$$v_G(t) = u(t)$$

Apartado a (1 pto). Obtened $v_0(t)$ en régimen permanente.

Apartado b (1 pto). Obtened los valores a los que tienden el módulo y la fase de la respuesta en frecuencia para frecuencias muy bajas y para frecuencias muy altas.

PROBLEMA 7. El filtro paso bajo de la figura es excitado por una señal periódica cuadrada de frecuencia angular fundamental ω_0 cuyo desarrollo en serie de Fourier es el indicado.



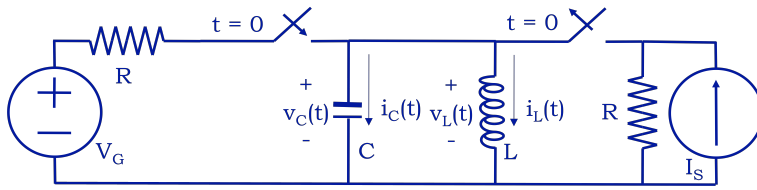
$$v_G(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cos(2k\omega_0 t) = \cos(2\omega_0 t) + \frac{1}{2} \cos(4\omega_0 t) + \frac{1}{3} \cos(6\omega_0 t) + \dots$$

Apartado a (0.25 ptos). Si $R = 2 \, \text{K}\Omega$, ¿cuál es el valor de L necesario para que la frecuencia angular de corte del filtro sea $\omega_c = 10^5 \, \text{rad/s}$?

Apartado b (0.25 ptos). Indicad las frecuencias angulares de los armónicos de $v_G(t)$ que se encuentran dentro de la banda $[0, \omega_c]$.

Apartado c (0.5 ptos). Obtened las amplitudes que presentan a la salida los armónicos comprendidos en el ancho de banda del filtro.

PROBLEMA 1



En el circuito adjunto las fuentes son continuas. Después del cambio de posición de los interruptores en $t=0$ s, ya no sufre más alteraciones.

$$V_G = 2 \text{ V}, I_S = 1 \text{ A}$$

$$R = 0.4 \, \Omega, L = 1 \text{ H}, C = 1 \text{ F}$$

Apartado a (1.2 ptos). Obtened los valores de v_C , i_C , v_L e i_L para $t=0^-$ s, $t=0^+$ s y $t=\infty$ s.

$$\begin{aligned} \text{continua} &\Rightarrow \begin{cases} i_C(0^-) = 0 \text{ A} \\ v_L(0^-) = 0 \text{ V} \end{cases} \\ \text{paralelo} &\Rightarrow v_C(0^-) = v_L(0^-) = 0 \text{ V} \\ \text{nudo} &\Rightarrow i_L(0^-) = I_S - \frac{v_L(0^-)}{R} - i_C(0^-) = 1 \text{ A} \\ \text{continuidad} &\Rightarrow \begin{cases} i_L(0^+) = i_L(0^-) = 1 \text{ A} \\ v_C(0^+) = v_L(0^-) = 0 \text{ V} \end{cases} \\ \text{paralelo} &\Rightarrow v_L(0^+) = v_C(0^+) = 0 \text{ V} \\ \text{nudo} &\Rightarrow i_C(0^+) = \frac{V_G - v_C(0^+)}{R} - i_L(0^+) = 4 \text{ A} \\ \text{continua} &\Rightarrow \begin{cases} i_C(\infty) = 0 \text{ A} \\ v_L(\infty) = 0 \text{ V} \end{cases} \\ \text{paralelo} &\Rightarrow v_C(\infty) = v_L(\infty) = 0 \text{ V} \\ \text{nudo} &\Rightarrow i_L(\infty) = \frac{V_G - v_C(\infty)}{R} - i_C(\infty) = 5 \text{ A} \end{aligned}$$

Apartado b (0.8 ptos). Para $t \geq 0$ s la expresión temporal de $i_L(t)$ es de la forma

$$i_L(t) = \frac{V_G}{R} + Ae^{s_1 t} + Be^{s_2 t}$$

Obtened la expresión temporal de $v_C(t)$ para $t \geq 0$ s en función de A , B , s_1 , s_2 y los elementos del circuito.

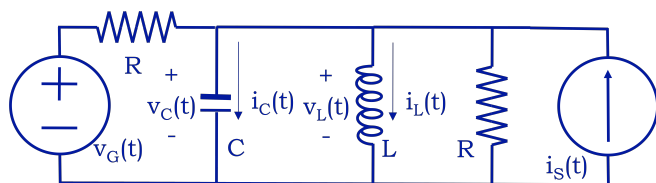
En el intervalo considerado, en el circuito se cumple la relación

$$v_C(t) = v_L(t) = L \frac{di_L(t)}{dt}$$

Sustituyendo en esta expresión la correspondiente a la corriente en la inductancia se llega a

$$v_C(t) = L \left(As_1 e^{s_1 t} + Bs_2 e^{s_2 t} \right)$$

PROBLEMA 2 (1.5 ptos). Obtener las expresiones temporales de $v_C(t)$ e $i_L(t)$.



$$\begin{aligned} i_S(t) &= 2 \text{ A}, \quad v_G(t) = V_A \cos(\omega t + \varphi) \\ V_A &= 1 \text{ V}, \quad \omega = 100 \text{ krad/s}, \quad \varphi = 45^\circ \\ R &= 1 \, \Omega, \quad L = 10 \, \mu\text{H}, \quad C = 10 \, \mu\text{F} \end{aligned}$$

Para obtener las componentes continuas se desactiva (se sustituye por un cortocircuito) la fuente de tensión; para las componentes sinusoidales se desactiva (se sustituye por un circuito abierto) la fuente de corriente.

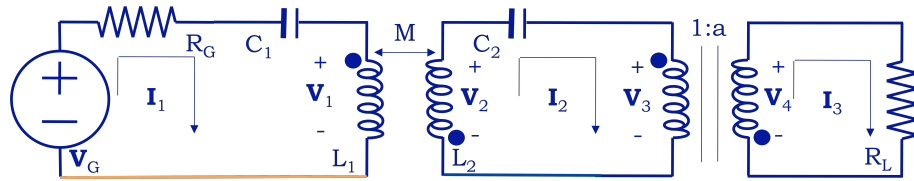
$$\text{continua} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} V_{LD} = 0 \text{ V} = V_{CD} \quad \text{paralelo} \\ I_{CD} = 0 \text{ A} \Rightarrow I_{LD} = i_S(t) - \frac{V_{LD}}{R} - I_{CD} - \frac{V_{CD}}{R} = 2 \text{ A} \quad \text{nudo} \end{array} \right.$$

A efectos de la excitación sinusoidal la agrupación L-C es un circuito abierto (la inductancia y la capacidad consideradas presentan en conjunto una impedancia infinita a la frecuencia indicada) con lo que

$$\text{sinusoidal} \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \mathbf{V}_{CA} = \frac{R \mathbf{V}_A}{R + R} = 0.5 \angle 45^\circ \text{ V} = \mathbf{V}_{LA} \quad \text{divisor} \\ \mathbf{I}_{LA} = \frac{\mathbf{V}_{LA}}{j\omega L} = 0.5 \angle -45^\circ \text{ A} \end{array} \right.$$

$$v_C(t) = V_{CD} + \text{Re}\left\{\mathbf{V}_{CA} e^{j\omega t}\right\} = 0.5 \cos(\omega t + 45^\circ) \text{ V}$$

$$i_L(t) = I_{LD} + \text{Re}\left\{\mathbf{I}_{LA} e^{j\omega t}\right\} = 2 + 0.5 \cos(\omega t - 45^\circ) \text{ A}$$

PROBLEMA 3

El circuito de la figura, en cuya representación se ha utilizado notación fasorial, funciona en régimen sinusoidal permanente a una frecuencia angular ω . Se suponen conocidas las características de todos los elementos activos y pasivos del circuito.

Apartado a (1 pto). Escribid tres ecuaciones a partir de las cuales sea posible obtener los valores de las corrientes de malla (no es necesario calcular estos valores).

$$\begin{aligned}
 \left. \begin{array}{l} \text{reflejando impedancias} \\ \text{alternativamente} \end{array} \right\} & \Rightarrow \mathbf{V}_G = \mathbf{I}_1 \left[R_G + \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_1 + \frac{(\omega M)^2}{j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{R_L}{a^2}} \right] \\
 & \Rightarrow \mathbf{V}_G = \mathbf{I}_1 \left(R_G + \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_1 \right) + \mathbf{I}_2 j\omega M \\
 \text{segunda malla} & \Rightarrow 0 = \mathbf{I}_1 j\omega M + \mathbf{I}_2 \left(j\omega L_2 + \frac{1}{j\omega C_2} + \frac{R_L}{a^2} \right) \\
 \text{transformador ideal} & \Rightarrow \mathbf{I}_2 = -a\mathbf{I}_3
 \end{aligned}$$

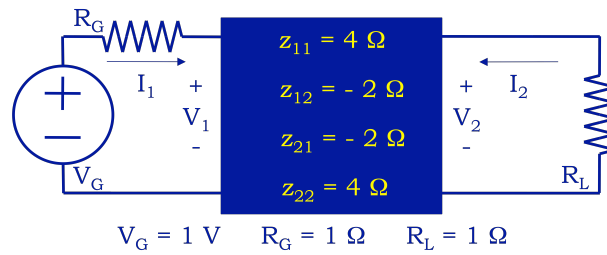
Apartado b (0.5 pto). Calculad la tensión en bornas de R_L cuando esta resistencia se sustituye por un circuito abierto.

$$\begin{aligned}
 R_L \text{ circuito abierto} & \Rightarrow \mathbf{I}_3 = 0 \text{ A} \Rightarrow \mathbf{I}_2 = -a\mathbf{I}_3 = 0 \text{ A} \Rightarrow \mathbf{I}_1 = \frac{\mathbf{V}_G}{R_G + \frac{1}{j\omega C_1} + j\omega L_1} \\
 \mathbf{V}_2 = \mathbf{I}_1 j\omega M & \Rightarrow \mathbf{V}_3 = \mathbf{V}_2 - \frac{\mathbf{I}_2}{j\omega C_2} = \mathbf{V}_2 \Rightarrow \mathbf{V}_4 = -a\mathbf{V}_2 \text{ tensión en } R_L
 \end{aligned}$$

No se utiliza la ecuación de la segunda malla del apartado anterior porque el producto de $\mathbf{I}_2$ por R_L (0 por ∞) es una indeterminación.

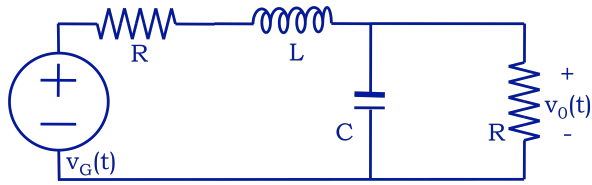
En el cálculo de $\mathbf{I}_1$ no se tiene en cuenta la impedancia reflejada porque ésta corresponde a un transformador en el que las corrientes no son nulas, lo cual no es el caso en este apartado.

PROBLEMA 4 (1 pto). El circuito de la figura funciona en régimen permanente continuo. En las condiciones indicadas, obtened la ganancia de tensión (V_2/V_G).



$$\begin{aligned}
 & \left. \begin{aligned} V_G &= I_1 R_G + V_1 \\ V_1 &= I_1 z_{11} + I_2 z_{12} \\ V_2 &= I_1 z_{21} + I_2 z_{22} \\ V_2 &= -I_2 R_L \end{aligned} \right| \Rightarrow \left| \begin{aligned} I_2 &= -\frac{V_2}{R_L} = -V_2 \\ I_1 &= \frac{R_L + z_{22}}{R_L z_{21}} V_2 = -2.5 V_2 \\ V_1 &= \frac{z_{11}(R_L + z_{22}) - z_{12} z_{21}}{R_L z_{21}} V_2 = -8 V_2 \end{aligned} \right| \Rightarrow \\
 & \Rightarrow \frac{V_2}{V_G} = \frac{R_L z_{21}}{(R_G + z_{11})(R_L + z_{22}) - z_{12} z_{21}} = -\frac{1}{10.5}
 \end{aligned}$$

PROBLEMA 5 (1 pto).



En el circuito de la figura $V_G(s)$ y $V_O(s)$ son, respectivamente, las transformadas de Laplace de $v_G(t)$ y $v_O(t)$.

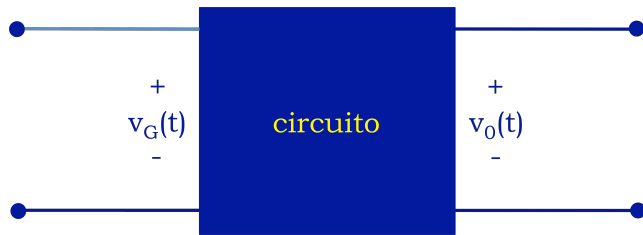
$$R = 1 \, \Omega, L = 0.5 \, \mu\text{H}, C = 0.5 \, \mu\text{F}$$

Obtened la función de transferencia del circuito, definida como $H(s) = V_O(s) / V_G(s)$.

La salida se toma en una agrupación R-C en paralelo, la cual a su vez está en serie con una resistencia y una inductancia. Considerando el conjunto como un divisor de tensión, se tiene

$$\frac{V_O(s)}{V_G(s)} = \frac{\frac{R}{sC}}{R + sL + \frac{R}{sC}} = \frac{\frac{1}{LC}}{s^2 + s\left(\frac{1}{RC} + \frac{R}{L}\right) + \frac{2}{LC}} = \frac{4 \times 10^{12}}{s^2 + 4 \times 10^6 + 8 \times 10^{12}}$$

PROBLEMA 6. Se tiene la situación indicada en la figura adjunta.



$$V_G(s) = \mathcal{L}\{v_G(t)\} \quad V_0(s) = \mathcal{L}\{v_0(t)\}$$

$$H(s) = \frac{V_0(s)}{V_G(s)} = \frac{1}{s^2 + 2s + 2}$$

$$v_G(t) = u(t)$$

Apartado a (1 pto). Obtend $v_0(t)$ en régimen permanente.

$$s^2 + 2s + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} s_j = -1 + j s^{-1} \\ s_j^* = -1 - j s^{-1} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \alpha = |\operatorname{Re}\{s_j\}| = 1 s^{-1} \\ \beta = \operatorname{Im}\{s_j\} = 1 \text{ rad/s} \end{cases}$$

$$v_G(t) = u(t) \Rightarrow V_G(s) = \mathcal{L}\{u(t)\} = \frac{1}{s} \Rightarrow V_0(s) = V_G(s)H(s) = \frac{K_0}{s} + \frac{K}{s - s_j} + \frac{K^*}{s - s_j^*}$$

Para obtener la respuesta en régimen permanente se prescinde de la consideración de los dos últimos términos de la expansión en serie de fracciones ya que son originados por las raíces de la función de transferencia y dan origen al régimen transitorio.

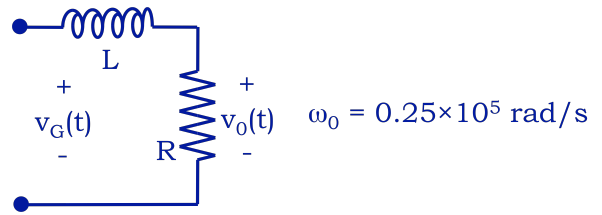
$$K_0 = \left. \frac{1}{s^2 + 2s + 2} \right|_{s=0} = 0.5 s^{-1} \Rightarrow v_0(t) \Big|_{\text{permanente}} = \mathcal{L}^{-1}\left\{ \frac{K_0}{s} \right\} = K_0 u(t) = 0.5 u(t)$$

Apartado b (1 pto). Obtend los valores a los que tienden el módulo y la fase de la respuesta en frecuencia para frecuencias muy bajas y para frecuencias muy altas.

$$H(s) = \frac{1}{s^2 + 2s + 2} \Rightarrow \begin{cases} |H(s)|_{s=j\omega} = \frac{1}{\sqrt{(2 - \omega^2)^2 + (2\omega)^2}} = H(\omega) \\ \angle H(s)_{s=j\omega} = -\arctg\left(\frac{2\omega}{2 - \omega^2}\right) = \varphi(\omega) \end{cases}$$

$$\omega \rightarrow 0 \text{ rad/s} \Rightarrow \begin{cases} H(\omega) \rightarrow 0.5 \\ \varphi(\omega) \rightarrow 180^\circ \end{cases} \quad \omega \rightarrow \infty \text{ rad/s} \Rightarrow \begin{cases} H(\omega) \rightarrow 0 \\ \varphi(\omega) \rightarrow 0^\circ \end{cases}$$

PROBLEMA 7. El filtro paso bajo de la figura es excitado por una señal periódica cuadrada de frecuencia angular fundamental ω_0 cuyo desarrollo en serie de Fourier es el indicado.



$$v_G(t) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k} \cos(2k\omega_0 t) = \cos(2\omega_0 t) + \frac{1}{2} \cos(4\omega_0 t) + \frac{1}{3} \cos(6\omega_0 t) + \dots$$

Apartado a (0.25 pts). Si $R=2 \text{ K}\Omega$, ¿cuál es el valor de L necesario para que la frecuencia angular de corte del filtro sea $\omega_c=10^5 \text{ rad/s}$?

Teniendo en cuenta el valor de la frecuencia angular de corte en un filtro RL paso bajo, se llega a

$$\omega_c = \frac{R}{L} \Rightarrow L = \frac{R}{\omega_c} = 20 \text{ mH}$$

Apartado b (0.25 pts). Indicad las frecuencias angulares de los armónicos de $v_G(t)$ que se encuentran dentro de la banda $[0, \omega_c]$.

De acuerdo con el enunciado, las frecuencias angulares de los armónicos que forman parte de la excitación son $0.5 \times 10^5 \text{ rad/s}$, 10^5 rad/s , $1.5 \times 10^5 \text{ rad/s}$,... De todas estas frecuencias, sólo las dos primeras se encuentran dentro de la banda indicada (es decir, las señales con dichas frecuencias son las únicas a las que permite el paso el filtro).

Apartado c (0.5 pts). Obtened las amplitudes que presentan a la salida los armónicos comprendidos en el ancho de banda del filtro.

El filtro es un divisor de tensión. Su salida puede expresarse en función de la función de transferencia y la excitación de entrada, con lo que

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_0(\omega) &= H(\omega) \mathbf{V}_G(\omega) \Rightarrow |\mathbf{V}_0(\omega)| = |H(\omega)| |\mathbf{V}_G(\omega)| \\ H(\omega) &= \frac{R}{R + j\omega L} = \frac{\frac{R}{L}}{\frac{R}{L} + j\omega} = \frac{\omega_c}{\omega_c + j\omega} \Rightarrow |H(\omega)| = \frac{\omega_c}{\sqrt{\omega_c^2 + \omega^2}} \Rightarrow \\ \Rightarrow \left| \begin{array}{l} \omega = 2\omega_0 \Rightarrow |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{1.0625}} = 0.97 \Rightarrow |\mathbf{V}_0(\omega)| = 0.97 \times 1 = 0.97 \text{ V} \\ \omega = 4\omega_0 \Rightarrow |H(\omega)| = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.71 \Rightarrow |\mathbf{V}_0(\omega)| = 0.71 \times \frac{1}{2} = 0.35 \text{ V} \end{array} \right. \end{aligned}$$